

CHAPTER 12

FUZZY INVENTORY CONTROL

Hassan Shavandi

Industrial Engineering dept.

Sharif University of Technology

Fuzzy Sets and Applications

shavandi@sharif.edu

رویکرد برنامه ریزی پویای فازی در کنترل موجودی

جهت بیان رویکرد برنامه ریزی پویای فازی در تحلیل مساله کنترل موجودی¹، فرضیات مدل کنترل موجودی مورد نظر به شرح ذیل تعریف می شوند:

مدیریت یک شرکت می خواهد برنامه اصلی تولید و موجودی خود را برای یک دوره زمانی متناهی تعیین نماید. بنابراین سطح تولید می بایست در حد امکان به طور یکنواخت کاهش یابد و سطح موجودی نیز در انتهای دوره می بایست در حد امکان پایین باشد. تقاضای کالا نیز فرض می شود که قطعی باشد جهت مدل سازی ریاضی، پارامترها و متغیر تصمیم گیری مدل به شرح ذیل تعریف می شوند.

Sharif University of Technology

Industrial Engineering Dept.

رویکرد برنامه ریزی پویای فازی در کنترل موجودی

$(i = 1, 2, \dots, N), d_i \in D$: متغیر تصمیم که بیانگر سطح تولید در دوره i ام است. و مجموعه D بیانگر مجموعه مقادیر ممکن تصمیم است به طوری که : $D = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$

$(i = 1, 2, \dots, N+1) \tilde{x}_i \in X$: متغیر حالت (وضعیت) که بیانگر سطح موجودی در ابتدای دوره i ام است و مجموعه X مجموعه مقادیر حالات ممکن است به طوری که : $X = \{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m\}$

$(i = 1, 2, \dots, N) a_i$: مقدار تقاضای قطعی در دوره i ام است.

$x_{i+1} = x_i + d_i - a_i$: تابع تبدیل حالت که به صورت قطعی فرض می شود.

رویکرد برنامه ریزی پویای فازی در کنترل موجودی

$\tilde{C}_i(d_i) = \{d_i, \mu_{\tilde{C}_i}(d_i)\}$: محدودیت های فازی روی متغیرهای تصمیم هستند که بیانگر کاهش یکنواخت سطح تولید در حد امکان است.

$\tilde{G}_i(x_{N+1}) = \{x_{N+1}, \mu_{\tilde{G}_i}(x_{N+1})\}$: هدف فازی است که بیانگر هدف حداقل بودن در حد امکان موجودی در انتهای دوره است.

با رویکرد برنامه ریزی پویای فازی، تابع عضویت تصمیم در مرحله i ام به صورت ذیل است :

$$\mu_{\tilde{D}}(d_i) = \min\{\mu_{\tilde{C}_i}(d_i), \mu_{\tilde{G}}(x_{N+1})\}$$

تابع عضویت مجموعه فازی تصمیم بهینه نیز با حل بازگشتی رابطه ذیل برای هر مرحله به دست می آید :

$$\mu_{\tilde{D}^0}(d_i) = \max_{d_i \in D} \left\{ \min\{\mu_{\tilde{C}_i}(d_i), \mu_{\tilde{G}}(x_{N+1})\} \right\}$$

رویکرد برنامه ریزی پویای فازی در کنترل موجودی

مثال (۱-۱) - فرض کنید دوره برنامه ریزی، چهار دوره است ($N=4$) و تقاضای قطعی در هر دوره به شرح ذیل است:

$$a_1 = 45, \quad a_2 = 50, \quad a_3 = 45, \quad a_4 = 60$$

محدودیت فازی تصمیم گیری در دوره i ام که بیانگر کاهش یکنواخت و در حد امکان سطح تولید است به صورت ذیل تعریف می شود:

$$\mu_{\tilde{c}_i}(d_i) = \begin{cases} 0 & 0 \leq d_i \leq 60 - 10i \\ -3 + 0.5i + d_i / 20 & 60 - 10i \leq d_i \leq 80 - 10i \\ 5 - 0.5i - d_i / 20 & 80 - 10i \leq d_i \leq 100 - 10i \\ 0 & 100 - 10i < d_i \end{cases}$$

رویکرد برنامه ریزی پویای فازی در کنترل موجودی

و تابع هدف فازی که بیانگر کم بودن موجودی در حد امکان در انتهای دوره چهارم است (ابتدای دوره پنجم) به صورت ذیل تعریف می شود:

$$\mu_{\tilde{G}_{N+1}}(x_{N+1}) = \begin{cases} 1 - x_{N+1} / 20 & 0 \leq x_{N+1} \leq 20 \\ 0 & x_{N+1} > 20 \end{cases}$$

موجودی در ابتدای دوره نیز فرض می شود صفر است.

مقادیر مجاز تصمیم (سطح تولید) و حالت های ممکن سطح موجودی (متغیر حالت) نیز به صورت ذیل فرض می شوند:

$$\tau_j = \{0, 5, 10, \dots\}$$

$$\alpha_n = \{0, 5, 10, \dots\}$$

رویکرد برنامه ریزی پویای فازی در کنترل موجودی

فقط مقادیر تصمیم که درجه عضویت آن ها در محدودیت فازی، بزرگتر از صفر است در بررسی وارد می شوند یعنی :

$$\{d_i \mid \mu_{c_i}(d_i) > 0\}$$

در نتیجه می توان حد پایین و بالای مجاز برای متغیر تصمیم را به صورت جدول (۱۰-۱) تعیین کرد.

جدول (۱۰-۱) - مقادیر مجاز حدود پایین و بالا برای متغیر تصمیم

i	d_i^l	d_i^u
1	55	85
2	45	75
3	35	65
4	25	55

و همچنین داریم : $0 \leq x_5 \leq 20$

رویکرد برنامه ریزی پویای فازی در کنترل موجودی

با استفاده از تابع انتقال حالت قطعی می توان حدود پایین و بالا برای متغیر حالت در هر مرحله را نیز به دست آورد. برای این منظور سه قدم طی می شود. در قدم اول مقادیر $x_i^{l'}$, $x_i^{u'}$ با محاسبات روبه جلو تعیین می شوند. در قدم دوم، مقادیر $x_i^{l''}$, $x_i^{u''}$ با محاسبات برگشتی (رو به عقب) به دست می آیند و سپس مقادیر x_i^l , x_i^u به صورت ذیل به دست می آیند :

$$x_i^u = \min\{x_i^{u'}, x_i^{u''}\}$$

$$x_i^l = \max\{x_i^{l'}, x_i^{l''}\}$$

مقادیر حد پایین و حد بالا برای متغیر حالت با محاسبات روبه جلو به صورت ذیل محاسبه می شوند.

$$x_i^{l'} = \max\{0, x_{i-1}^{l'} + d_{i-1}^l - a_{i-1}\} \quad i = 2, 3, 4$$

$$x_i^{u'} = x_{i-1}^{u'} + d_{i-1}^u - a_{i-1} \quad i = 2, 3, 4$$

برای مراحل مختلف و به ازای $x_1 = 0$ ، نتیجه در جدول (۱۰-۲) خلاصه شده است.

رویکرد برنامه ریزی پویای فازی در کنترل موجودی

جدول (۱۰-۲) - مقادیر حدود پایین و بالا برای متغیر حالت با محاسبات رو به جلو

i	$x_i^{l'}$	$x_i^{u'}$
1	-	-
2	10	40
3	5	65
4	0	85
5	-	-

مقادیر حدود پایین و بالا برای متغیر حالت با محاسبات روبه عقب و با در نظر گرفتن $x_5^{l'} = 0$ و $x_5^{u'} = 15$ با استفاده از روابط ذیل به دست می آیند که نتیجه در جدول (۱۰-۳) آمده است.

$$x_i^{l'} = \max \{0, x_{i+1}^{l'} + a_i - d_i^l\} \quad i = 2, 3, 4$$

$$x_i^{u'} = x_{i+1}^{u'} + a_i - d_i^l \quad i = 2, 3, 4$$

رویکرد برنامه ریزی پویای فازی در کنترل موجودی

جدول (۱۰-۳) - مقادیر حدود پایین و بالا برای متغیر حالت با محاسبات رو به عقب

i	$x_i^{l''}$	$x_i^{u''}$
1	-	-
2	0	65
3	0	60
4	5	50
5	-	15

جدول (۱۰-۴) - مقادیر نهایی حدود پایین و بالا برای متغیر حالت

i	x_i^l	x_i^u
1	0	0
2	10	40
3	5	60
4	5	50
5	0	15

رویکرد برنامه ریزی پویای فازی در کنترل موجودی

حال می توان در محاسبات بازگشتی مقادیر بهینه x_i و d_i را در بین حدود پایین و بالا تعیین کرد.

مرحله اول (دوره چهارم برنامه ریزی) : طبق رابطه برنامه ریزی پویای فازی داریم :

$$\begin{aligned}\mu_{\tilde{G}_4}(x_4) &= \max_{d_4} \{ \min[\mu_{\tilde{c}}(d_4), \mu_{\tilde{G}}(x_4, d_4)] \} \\ &= \max_{d_4} \{ \min[\mu_{\tilde{c}}(d_4), \mu_{\tilde{G}}(x_4 + d_4 - a_4)] \}\end{aligned}$$

که نتیجه برای حالت های ممکن متغیر حالت و تصمیم به صورت جدول (۵-۱۰) خواهد بود.

رویکرد برنامه ریزی پویای فازی در کنترل موجودی

x_4	d_4							$\mu_{\tilde{G}_4}(x_4)$
	25	30	35	40	45	50	55	
5	-	-	-	-	-	-	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
10	-	-	-	-	-	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
15	-	-	-	-	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
20	-	-	-	۱	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	۱
25	-	-	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	-	$\frac{3}{4}$
30	-	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	-	-	$\frac{3}{4}$
35	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	-	-	-	$\frac{1}{2}$
40	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	-	-	-	-	$\frac{1}{2}$
45	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	-	-	-	-	-	$\frac{1}{4}$
50	$\frac{1}{4}$	-	-	-	-	-	-	$\frac{1}{4}$

رویکرد برنامه ریزی پویای فازی در کنترل موجودی

مرحله دوم (دوره سوم برنامه ریزی): رابطه بازگشتی دوره سوم به صورت ذیل است:

$$\mu_{\bar{D}}(x_3) = \max_{d_3} \{ \min[\mu_{\bar{C}}(d_3), \mu_{\bar{C}}(x_3 + d_3 - a_3)] \}$$

نتایج در جدول (۶-۱۰) خلاصه شده است.

رویکرد برنامه ریزی پویای فازی در کنترل موجودی

x_3	d_3							$\mu_{\bar{C}_4}(x_4)$
	35	40	45	50	55	60	65	
5	-	-	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
10	-	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
15	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1
20	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
25	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
30	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
35	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	-	-	$\frac{1}{2}$
40	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	-	-	$\frac{1}{2}$
45	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	-	-	-	$\frac{1}{2}$
50	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	-	-	-	-	$\frac{1}{4}$
55	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	-	-	-	-	-	$\frac{1}{4}$
60	$\frac{1}{4}$	-	-	-	-	-	-	$\frac{1}{4}$

رویکرد برنامه ریزی پویای فازی در کنترل موجودی

مرحله سوم (دوره دوم برنامه ریزی): رابطه بازگشتی دوره دوم به صورت ذیل است:

$$\mu_{\tilde{D}}(x_2) = \max_{d_2} \{ \min[\mu_{\tilde{E}}(d_2), \mu_{\tilde{G}}(x_2 + d_2 - a_2)] \}$$

نتایج در جدول (۷-۱۰) خلاصه شده است.

رویکرد برنامه ریزی پویای فازی در کنترل موجودی

x_2	d_2							$\mu_{\tilde{D}_4}(x_4)$
	45	50	55	60	65	70	75	
10	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
15	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
20	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
25	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
30	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
35	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
40	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	-	$\frac{1}{2}$

رویکرد برنامه ریزی پویای فازی در کنترل موجودی

مرحله چهارم (دوره اول برنامه ریزی) : رابطه بازگشتی دوره دوم به صورت ذیل است :

$$\mu_{\bar{D}}(x_1) = \max_{d_1} \{ \min[\mu_{\bar{c}}(x_1), \mu_{\bar{D}}(x_1 + d_1 - a_1)] \}$$

نتایج در جدول (۸-۱۰) خلاصه شده است.

x_1	d_1							$\mu_{\bar{c}_1}(x_1)$
	55	60	65	70	75	80	85	
10	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

مدل مقدار سفارش اقتصادی فازی (Fuzzy EOQ)

□ در این بخش هدف توسعه مدل های موجودی فازی با ساختار برنامه ریزی غیر خطی است.

□ برای این منظور ابتدا تحلیل برنامه ریزی غیر خطی فازی مرور می شود و پس از آن دو مدل برنامه ریزی غیر خطی فازی برای مسایل موجودی در حالت چند محصولی با محدودیت های فضای انبارش و تعداد سفارش دهی توسعه می یابند.

مدل مقدار سفارش اقتصادی فازی (Fuzzy EOQ)

۱-۳-۱۰ - برنامه ریزی غیر خطی فازی

یک مسئله برنامه ریزی غیر خطی با هدف و منابع فازی می‌تواند به صورت ذیل فرموله شود :

$$\begin{aligned} \min \tilde{f}_o(X) \\ \text{s.t.} \\ g_k(X) \leq \tilde{b}_k \quad k = 1, 2, \dots, m \end{aligned}$$

به طوری که X یک بردار n بعدی و معرف متغیرهای تصمیم گیری مدل است و $\tilde{b}_k$ مقادیر سمت راست محدودیت ها هستند که با اعداد فازی بیان می شوند.

مدل مقدار سفارش اقتصادی فازی (Fuzzy EOQ)

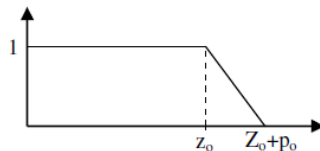
فرض کنید Z_0 مقدار هدف باشد که تابع هدف مدل در پی رسیدن به آن است. در نظریه مجموعه های فازی، تابع هدف فازی و محدودیت های فازی توسط توابع عضویت مربوط به خود تعریف می شوند که تابع عضویت می تواند خطی یا غیر خطی باشد. در اینجا فرض می کنیم μ_o و μ_k ($k=1, 2, \dots, m$)، توابع عضویت خطی پیوسته غیر افزایشی برای تابع هدف و محدودیت های مدل باشند که به صورت ذیل تعریف می شوند :

$$\mu_o(f_o(X)) = \begin{cases} 1 & f_o(X) \leq Z_o \\ 1 - \frac{f_o(X) - Z_o}{P_o} & Z_o \leq f_o(X) \leq Z_o + P_o \\ 0 & f_o(X) \geq Z_o + P_o \end{cases}$$

$$\mu_k(g_k(X)) = \begin{cases} 1 & g_k(X) \leq b_k \\ 1 - \frac{g_k(X) - b_k}{P_k} & b_k \leq g_k(X) \leq b_k + P_k \\ 0 & g_k(X) \geq b_k + P_k \end{cases}$$

مدل مقدار سفارش اقتصادی فازی (Fuzzy EOQ)

به طوری که P_o و P_k حداکثر مقدار قابل قبول انحراف از مقادیر آرمانی Z_o و b_k هستند. تابع عضویت هدف (μ_o) در شکل (۱۰-۱) به تصویر کشیده شده است.



با استفاده از عملگر حداکثر-حداقل، حل مدل برنامه ریزی غیر خطی فازی فوق به صورت ذیل می تواند باشد :

$$\begin{aligned} \max \quad & \alpha \\ \text{s.t.} \quad & f_o(X) \leq \mu_o^{-1}(\alpha) \\ & g_k(X) \leq \mu_k^{-1}(\alpha) \quad \forall k \\ & X \geq 0, \alpha \in [0,1], X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \end{aligned}$$

مدل مقدار سفارش اقتصادی فازی (Fuzzy EOQ)

$$\begin{aligned} \mu_o^{-1}(\alpha) &= Z_o + (1 - \alpha)P_o \\ \mu_k^{-1}(\alpha) &= b_k + (1 - \alpha)P_k \end{aligned}$$

به طوری که داریم :

۲-۳-۱۰- مدل موجودی مقدار سفارش اقتصادی (EOQ) چند محصولی با ساختار فازی جهت پرداختن به مدل های موجودی EOQ چند محصولی فازی، ابتدا مدل در حالت قطعی بررسی می شود. در مدل EOQ چند محصولی، برای l محصول، مدل در پی انتخاب سطح موجودی (Q_i ($i=1,2,\dots,l, Q_i > 0$) است به طوری که متوسط کل موجودی در واحد زمان حداقل شود. مدل برنامه ریزی غیرخطی این مسئله به صورت ذیل است :

$$\begin{aligned} \min C(Q) &= \sum_{i=1}^l \left(\frac{h_i Q_i}{2} + \frac{A_i D_i}{Q_i} \right) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^l a_i Q_i \leq B \\ & \sum_{i=1}^l \frac{D_i}{Q_i} \leq N \end{aligned}$$

مدل مقدار سفارش اقتصادی فازی (Fuzzy EOQ)

حال جهت توسعه مدل موجودی فازی؛ تصور کنید تابع هدف، حداکثر فضای انبارش در دسترس و حداکثر تعداد مجاز سفارش دهی، به صورت فازی مطرح شوند. در این صورت مدل فازی به صورت ذیل خواهد بود :

$$\min \tilde{C}(Q) = \sum_{i=1}^l \left(\frac{h_i Q_i}{2} + \frac{A_i D_i}{Q_i} \right)$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^l a_i Q_i \leq \tilde{B}$$

مدل (۱)

$$\sum_{i=1}^l \frac{D_i}{Q_i} \leq \tilde{N}$$

مدل مقدار سفارش اقتصادی فازی (Fuzzy EOQ)

که با استفاده از تبدیل مدل برنامه ریزی غیر خطی فازی به حالت قطعی، مدل موجودی فازی فوق تبدیل به مدل قطعی ذیل می شود :

max α

s.t.

$$\sum_{i=1}^l \left(\frac{h_i Q_i}{2} + \frac{A_i D_i}{Q_i} \right) \leq C_o + (1 - \alpha) P_o$$

$$\sum_{i=1}^l a_i Q_i \leq B + (1 - \alpha) P$$

$$\sum_{i=1}^l \frac{D_i}{Q_i} \leq N + (1 - \alpha) P_N$$

به طوری که P_o, P و P_N مقدار انحراف های مجاز برای پارامترهای B, C_o و N هستند. در واقع C_o ، هدف سرمایه گذاری موجودی است.

مدل مقدار سفارش اقتصادی فازی (Fuzzy EOQ)

. حال فرض کنید در مدل موجودی فازی (۱)،

ضرایب تابع هدف یعنی هزینه نگهداری موجودی (h_i) و هزینه سفارش دهی (A_i) نیز به طور نا دقیق و به صورت اعداد فازی مطرح شوند آن گاه توابع عضویت این دو پارامتر فازی می توانند به صورت ذیل تعریف شوند که نمایش گرافیک آن نیز در شکل (۲-۱۰) آمده است.

$$\mu_{h_i}(u) = \begin{cases} 1 & u > h_i \\ 1 - \frac{h_i - u}{P_i^n} & h_i - P_i^n \leq u \leq h_i \\ 0 & u < h_i - P_i^n \end{cases}$$

$$\mu_{A_i}(u) = \begin{cases} 1 & u > A_i \\ 1 - \frac{A_i - u}{P_i^A} & A_i - P_i^A \leq u \leq A_i \\ 0 & u < A_i - P_i^A \end{cases}$$

مدل مقدار سفارش اقتصادی فازی (Fuzzy EOQ)

با این فرض مدل دوم موجودی فازی (مدل ۲) به صورت ذیل به دست می آید :

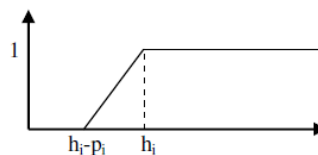
$\max \alpha$

$s.t.$

$$\sum_{i=1}^I \left(\frac{(h_i - (1-\alpha)P_i^n)Q_i}{2} + \frac{D_i(A_i - (1-\alpha)P_i^A)}{Q_i} \right) \leq C_o + (1-\alpha)P_o \quad \text{مدل (۲)}$$

$$\sum_{i=1}^I a_i Q_i \leq B + (1-\alpha)P$$

$$\sum_{i=1}^I \frac{D_i}{Q_i} \leq N + (1-\alpha)P_N$$



مدل مقدار سفارش اقتصادی فازی (Fuzzy EOQ)

مثال (۲-۱۰) - یک شرکت تهیه و توزیع مواد غذایی قصد دارد برنامه ریزی تامین و نگهداری دو کالای سس مایونز و سوپ جو که از پر فروش ترین کالاهای شرکت است را انجام دهد. هزینه هر بار سفارش گذاری برای هریک از کالاها برابر ۱۰۰۰ تومان است. هزینه نگهداری موجودی یک واحد سس مایونز در واحد زمان برابر ۲ تومان و برای سوپ جو برابر ۳ تومان است. هر واحد سس مایونز معادل ۰.۱ مترمکعب و هر واحد سوپ جو معادل ۰.۰۷ متر مکعب فضا در انبار اشغال می کنند. فضای در دسترس برای انبارش دو کالا برابر ۱۵۰۰ متر مکعب است که تا حداکثر ۱۶۰۰ مترمکعب امکان افزایش دارد. تقاضا در واحد زمان برای سس مایونز معادل ۱۰۰۰۰۰ واحد و برای سوپ جو معادل ۱۲۰۰۰۰ واحد است. لذا قصد بر این است که مقدار سفارش اقتصادی هر یک از کالاها با هدف حداقل کردن هزینه کل تامین و نگهداری و رعایت محدودیت فضای انبارش تعیین شود.

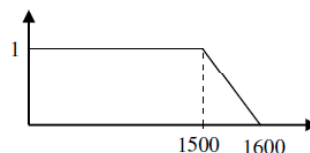
مدل مقدار سفارش اقتصادی فازی (Fuzzy EOQ)

ساختار مدل برنامه ریزی موجودی این مسئله به صورت ذیل است :

$$\min \tilde{C}(Q) = \sum_{i=1}^I \left(\frac{h_i Q_i}{2} + \frac{A_i D_i}{Q_i} \right)$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^I a_i Q_i \leq \tilde{B}$$



شکل (۳-۱) - تابع عضویت عدد فازی سمت راست محدودیت فضای انبارش

مدل مقدار سفارش اقتصادی فازی (Fuzzy EOQ)

برای به دست آوردن تابع عضویت هدف، ابتدا مسئله به طور جداگانه به ازای دو عدد ۱۵۰۰ و ۱۶۰۰ برای محدودیت فضای انبارش حل می شود تا با تعیین مقدار تابع هدف آن ها تابع عضویت هدف فازی به دست آید. در این حالت مسئله تبدیل به یک مدل برنامه ریزی موجودی قطعی به صورت ذیل می شود :

$$\min C(Q) = \sum_{i=1}^I \left(\frac{h_i Q_i}{2} + \frac{A_i D_i}{Q_i} \right)$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^I a_i Q_i \leq B$$

مدل مقدار سفارش اقتصادی فازی (Fuzzy EOQ)

برای حل این مسئله از روش لاگرانژ استفاده می شود. با استفاده از روش لاگرانژ ، مقدار سفارش اقتصادی با رابطه ذیل تعیین می شود :

$$Q_j^* = \sqrt{\frac{2D_j A_j}{h_j + 2\lambda a_j}}$$

مقدار Q_j^* از رابطه فوق به ازای مقداری از λ به دست می آید که محدودیت فضای انبارش در حالت مساوی به صورت ذیل ارضاء شود :

$$\sum_j a_j Q_j^* = B$$

با استفاده از روابط فوق نتایج ذیل حاصل می شود.

$$B = 1500 : Q_1^* = 9000, \quad Q_2^* = 8500, \quad C(Q) = 46978$$

$$B = 1600 : Q_1^* = 9800, \quad Q_2^* = 8850, \quad C(Q) = 46838$$

مدل مقدار سفارش اقتصادی فازی (Fuzzy EOQ)

در نتیجه خواهیم داشت :

$$C_o = 46838$$

$$P_o = 140$$

حال می توان مدل برنامه ریزی موجودی را طبق مدل (۱) به شرح ذیل نوشت :

$$\max \quad \alpha$$

s.t.

$$\frac{2Q_1}{2} + \frac{100000000}{Q_1} + \frac{3Q_2}{2} + \frac{120000000}{Q_2} \leq 46838 + (1 - \alpha)140$$

$$0.1Q_1 + 0.07Q_2 \leq 1500 + (1 - \alpha)100$$