

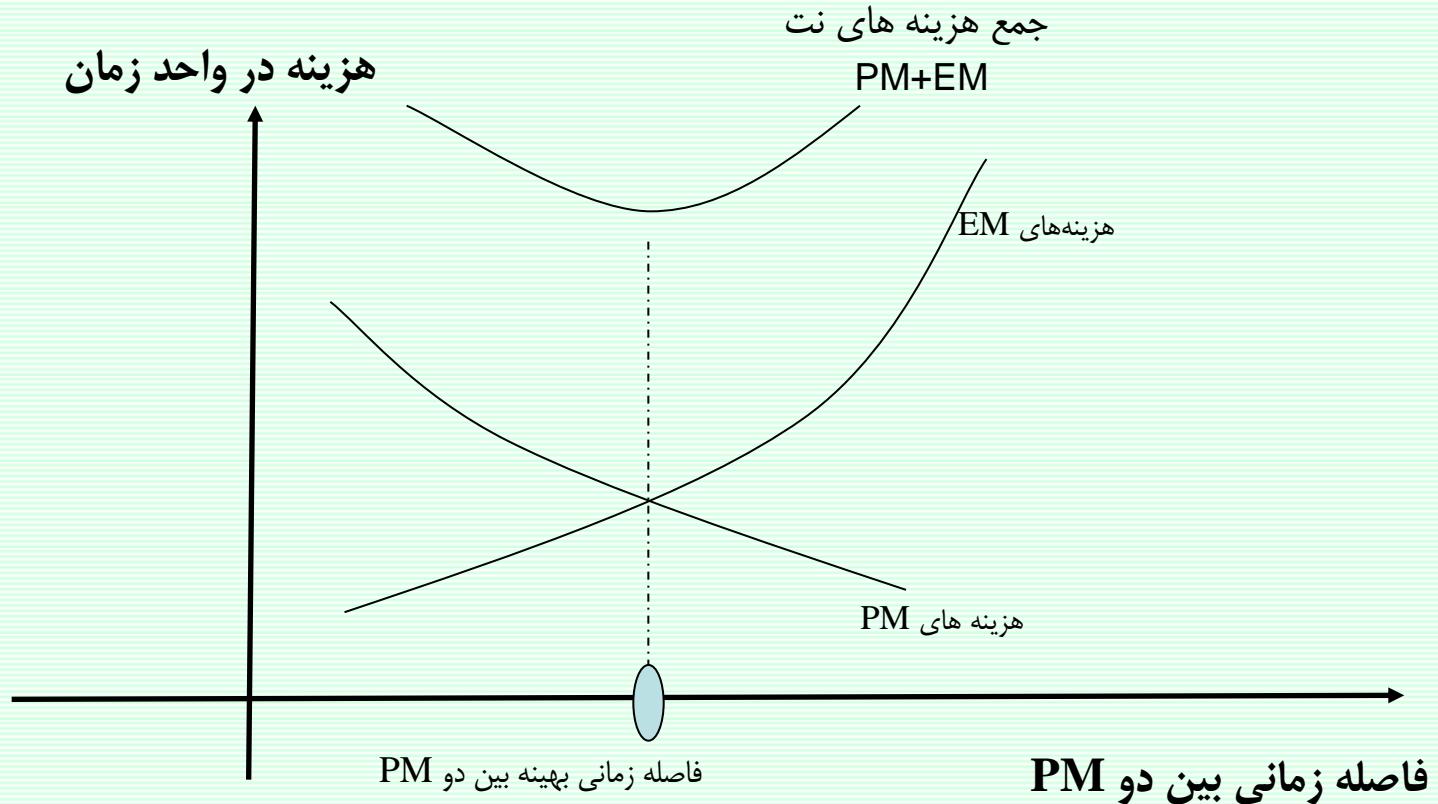
بنام خدا

# برنامه ریزی نگهداری و تعمیرات

مدلهای تعویض پیشگیرانه

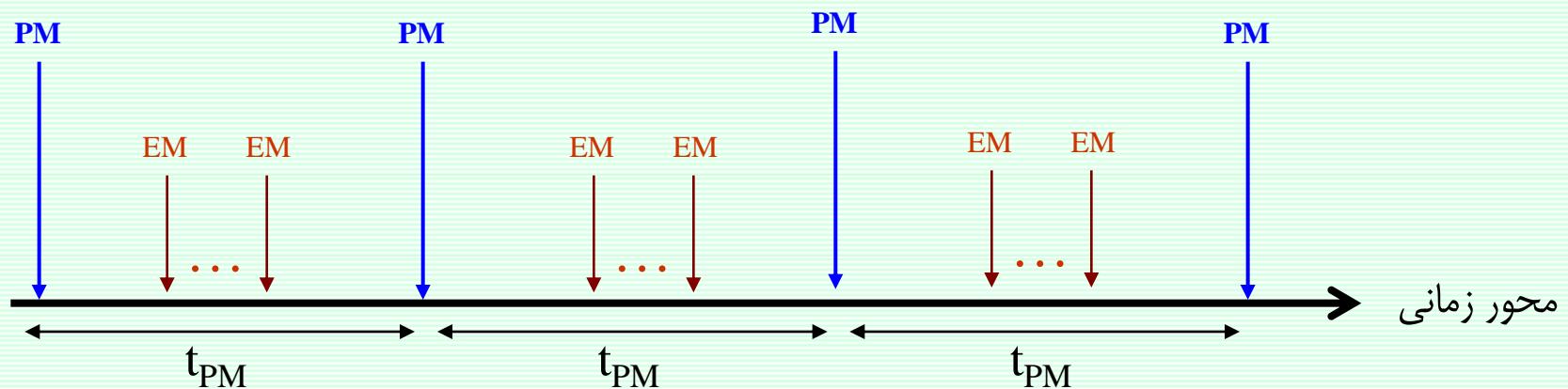
استاد: امیر عباس نجفی

# مدلهای تعویض پیشگیرانه



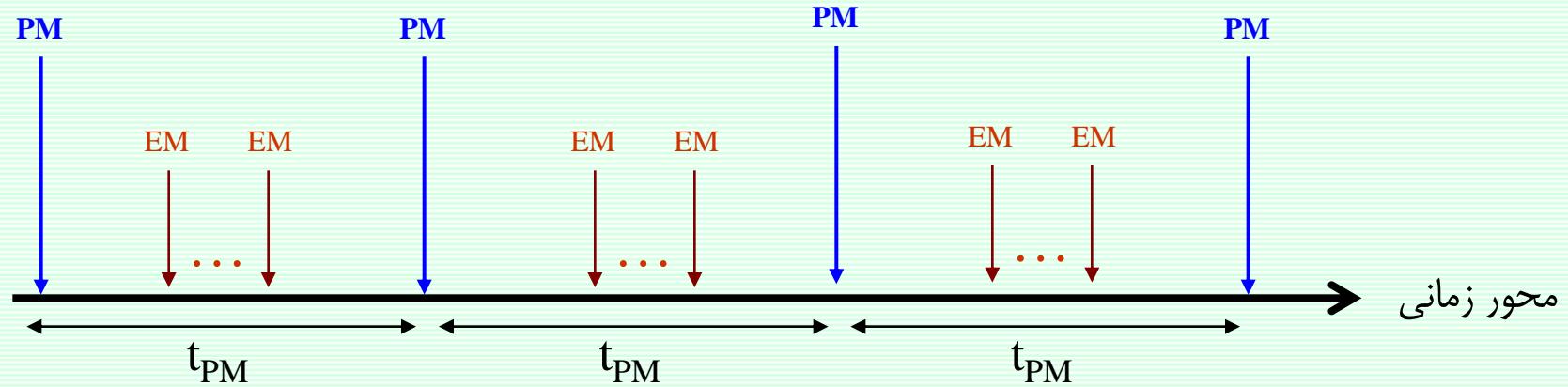
# مدلهای تعویض پیشگیرانه

## مدل ۱ - سیاست فاصله زمانی ثابت



# مدلهای تعویض پیشگیرانه

## مدل ۱ - سیاست فاصله زمانی ثابت



نمادها:

$t_{pm}$ : فاصله زمانی بین دو PM متوالی

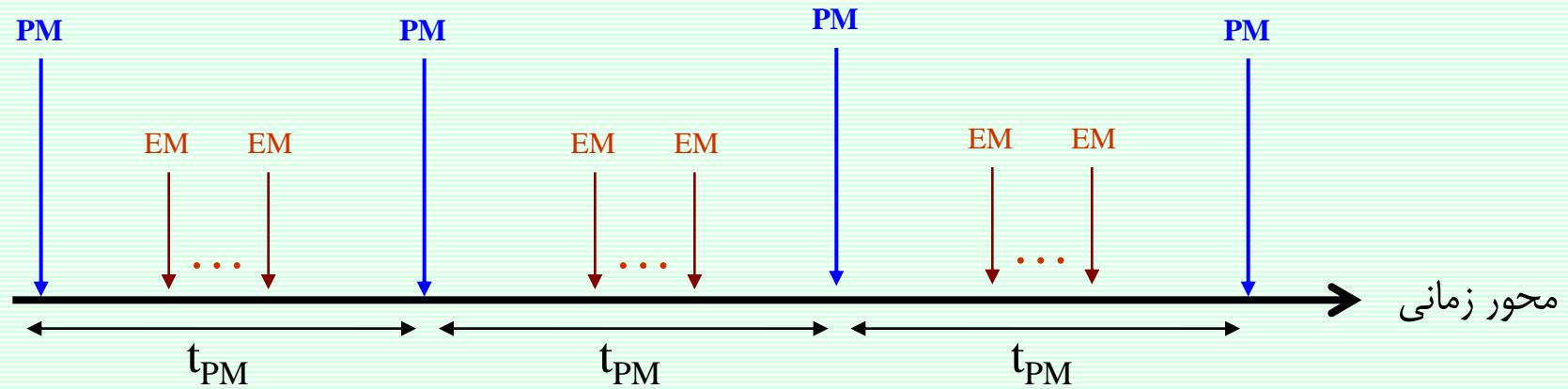
$C_{PM}$ : هزینه هر بار PM

$C_{EM}$ : هزینه هر بار EM

$f(t)$  : تابع چگالی عمر قطعه

# مدلهای تعویض پیشگیرانه

## مدل ۱ - سیاست فاصله زمانی ثابت

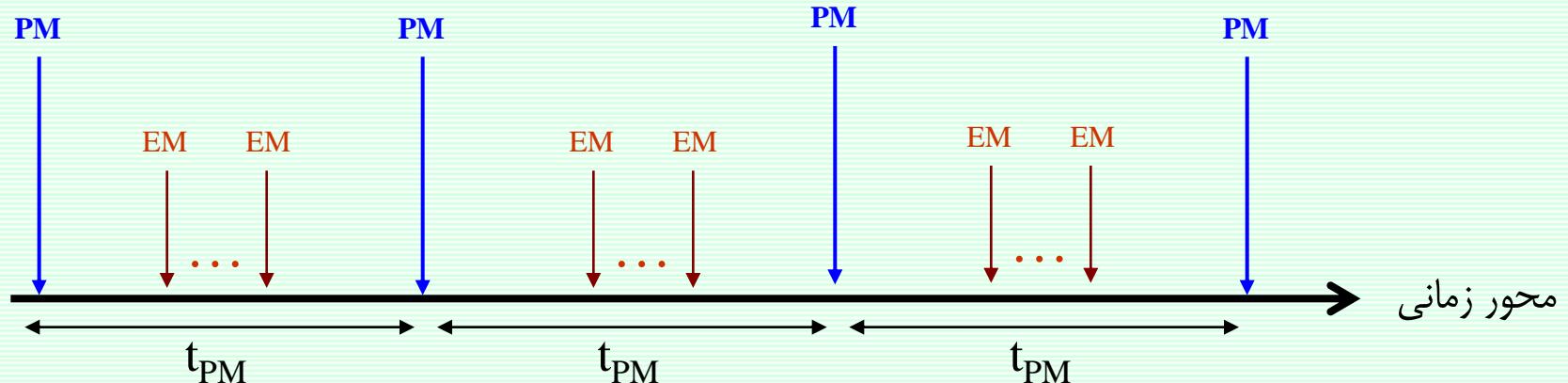


هدف

به حداقل رساندن مجموع هزینه های نت  $\equiv$  به حداقل رساندن مجموع هزینه های نت در واحد زمان

# مدلهای تعویض پیشگیرانه

## مدل ۱ - سیاست فاصله زمانی ثابت



تابع هدف

$$\text{MIN } Z(t_{PM}) = \frac{1 \times C_{PM} + n_{EM} \times C_{EM}}{t_{PM}}$$

$$n_{EM} = \int_0^{t_{PM}} r(t) dt \quad , \quad r(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad \Rightarrow \quad \text{MIN } Z(t_{PM}) = \frac{C_{PM} + C_{EM} \int_0^{t_{PM}} r(t) dt}{t_{PM}}$$

## مدلهای تعویض پیشگیرانه

### مدل ۱ - سیاست فاصله زمانی ثابت

مثال: قطعه ای دارای طول عمر با توزیع یکنواخت در فاصله صفر تا ده می باشد. در صورتیکه هزینه هر بار نت پیشگیرانه برای این قطعه برابر ۵ واحد پولی و هزینه هر بار نت اضطراری برابر با ۵۰ واحد پولی باشد. فاصله زمانی بهینه نت پیشگیرانه را بر اساس مدل فاصله زمانی ثابت بدست آورید.

## مدلهای تعویض پیشگیرانه

### مدل ۱ - سیاست فاصله زمانی ثابت

$$f(t) = \frac{1}{10} \quad , \quad 0 \leq t \leq 10 \quad , \quad C_{PM} = 5 \quad , \quad C_{EM} = 50$$

$$r(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{10-t}{10}} = \frac{1}{10-t} \quad , \quad 0 \leq t \leq 10$$

$$R(t) = \int_t^{10} \frac{1}{10} dt = 1 - \frac{t}{10} = \frac{10-t}{10} \quad , \quad 0 \leq t \leq 10$$

$$\int_0^{t_{PM}} r(t) dt = \int_0^{t_{PM}} \frac{1}{10-t} dt = -\ln(10-t) \Big|_0^{t_{PM}} = -\ln(10-t_{PM}) + \ln 10 = \ln\left(\frac{10}{10-t_{PM}}\right)$$

$$Z(t_{PM}) = \frac{5 + 50 \ln\left(\frac{10}{10-t_{PM}}\right)}{t_{PM}}$$

# مدلهای تعویض پیشگیرانه

## مدل ۱ - سیاست فاصله زمانی ثابت

راه حل ها:

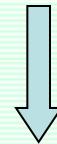
۱. استفاده از مشتق
۲. گستته کردن فضای جستجو
۳. روش تکه طلایی GSM

# مدلهای تعویض پیشگیرانه

## مدل ۱ - سیاست فاصله زمانی ثابت

۲. گستته کردن فضای جستجو

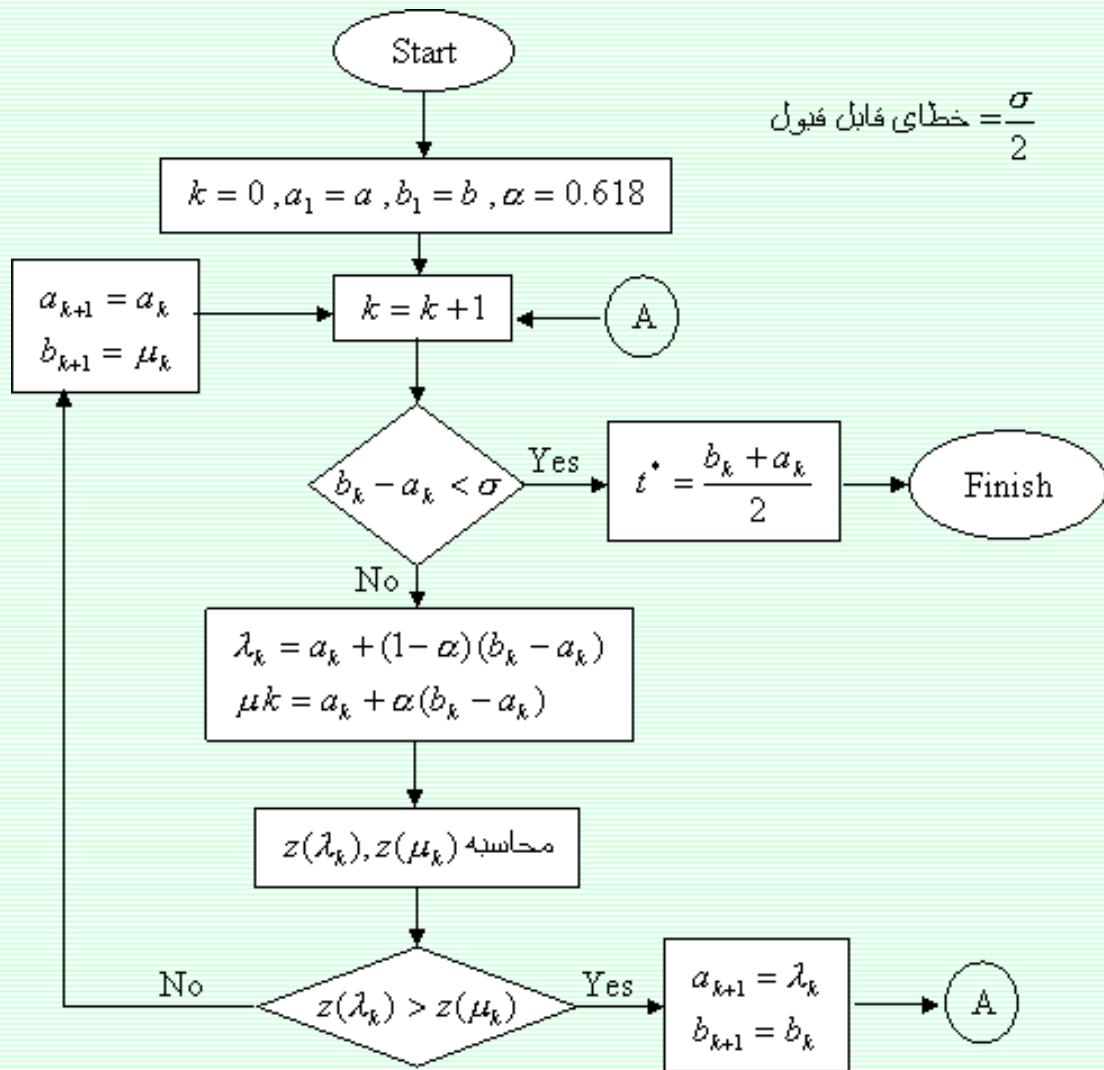
$t_{PM}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$Z$	$\infty$	10.26	8.08	7.61	7.63	7.93	8.46	9.31	10.68	13.34	$\infty$



$$t_{PM}^* = 3$$

حداکثر خطایک واحد است.

# مدلهای تعویض پیشگیرانه



۳. روش تکه طلایی GSM

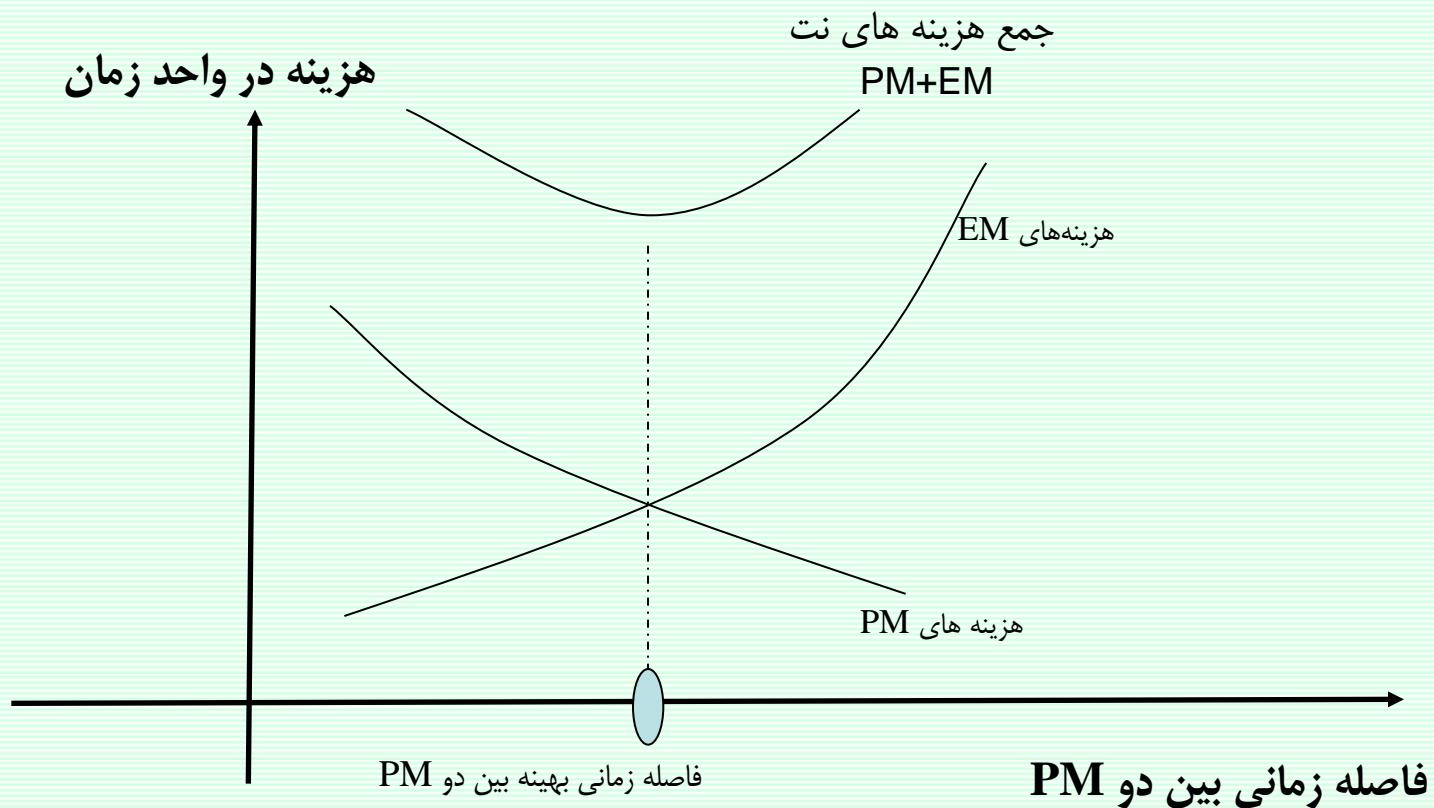
Golden Section Method

Min Z(t)

S.T.  $a < t < b$

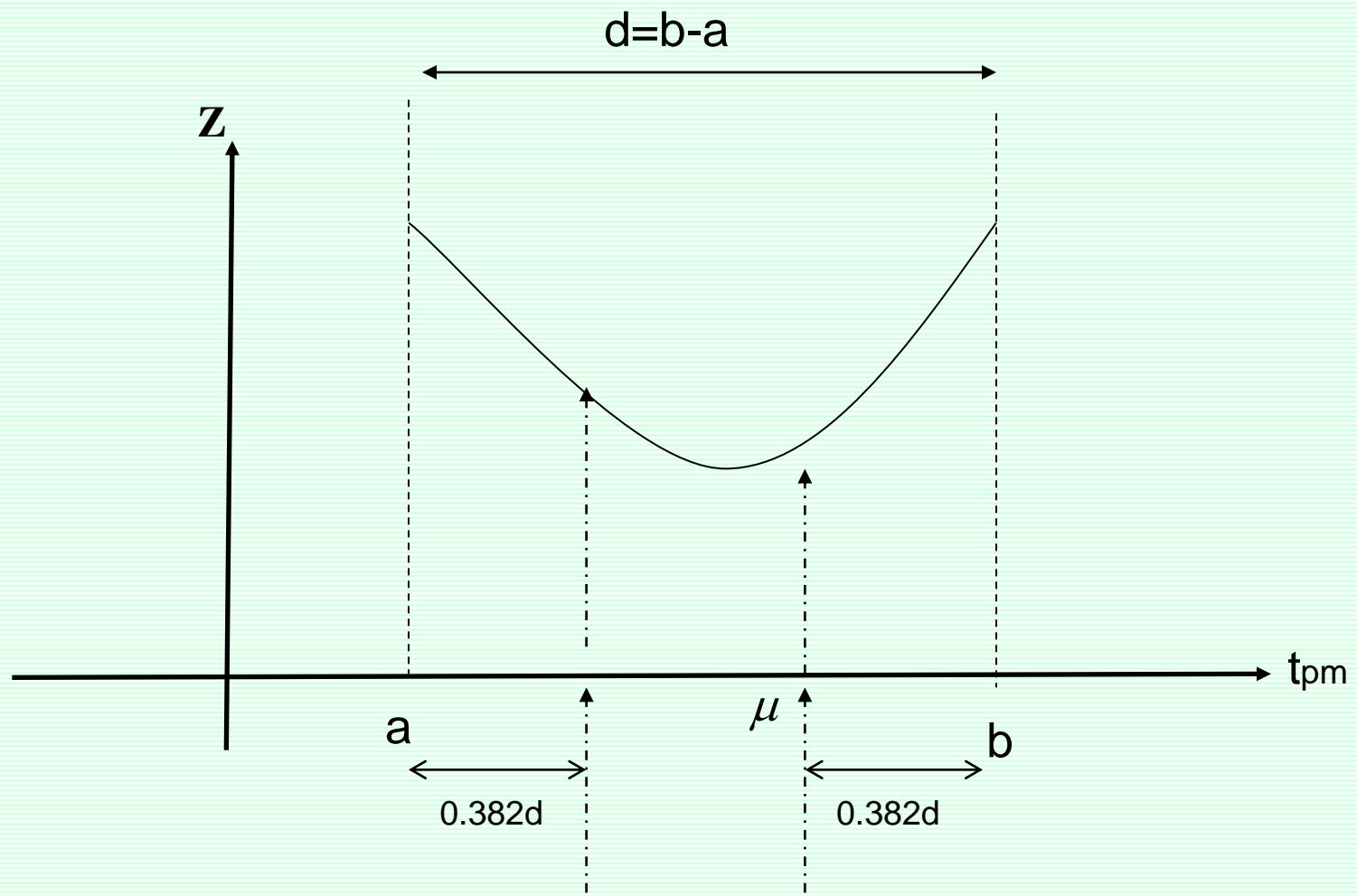
# مدلهای تعویض پیشگیرانه

یادآوری



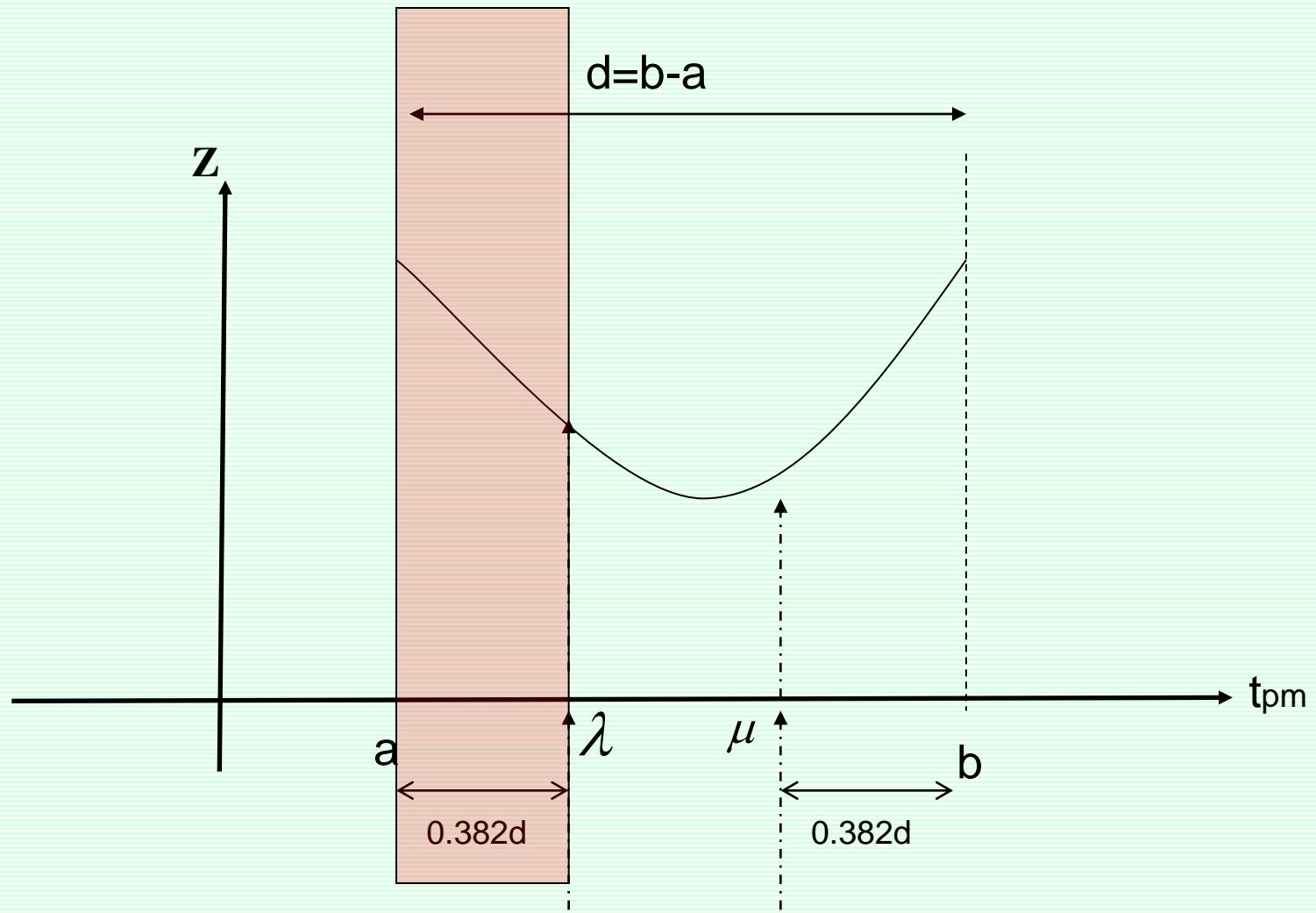
# مدلهای تعویض پیشگیرانه

۳. روش تکه طلایی GSM



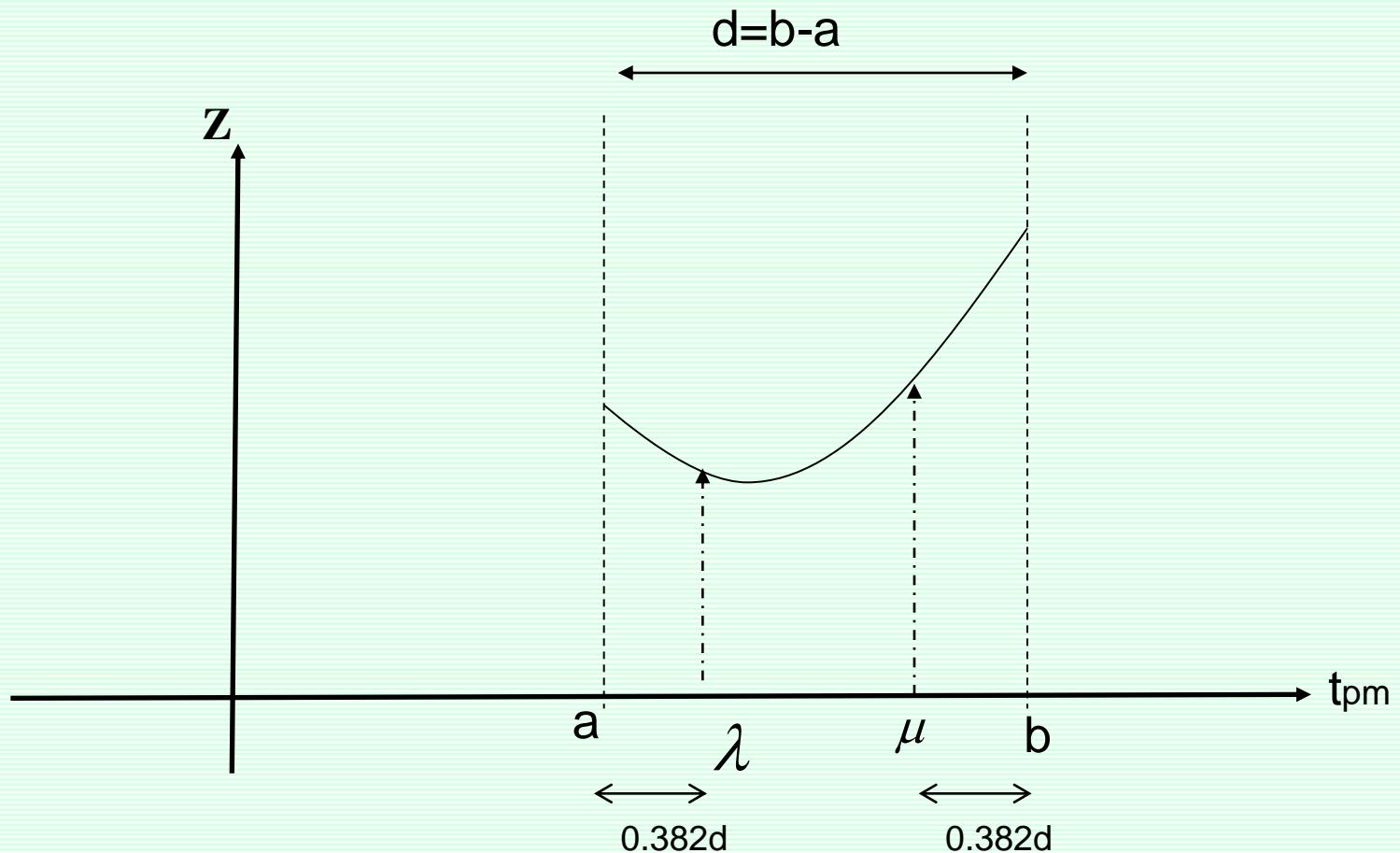
# مدلهای تعویض پیشگیرانه

۳. روش تکه طلایی GSM



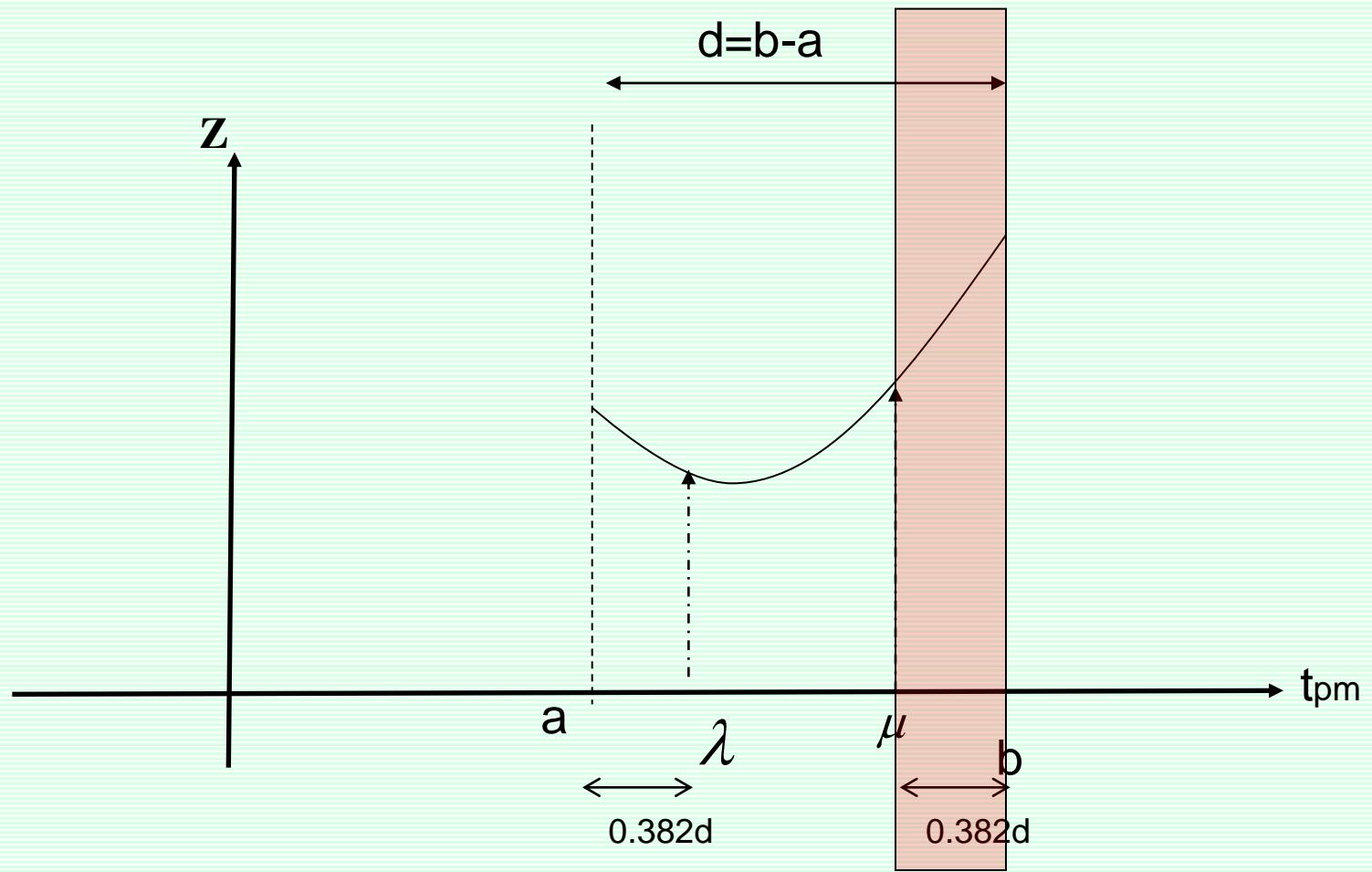
# مدلهای تعویض پیشگیرانه

۳. روش تکه طلایی GSM



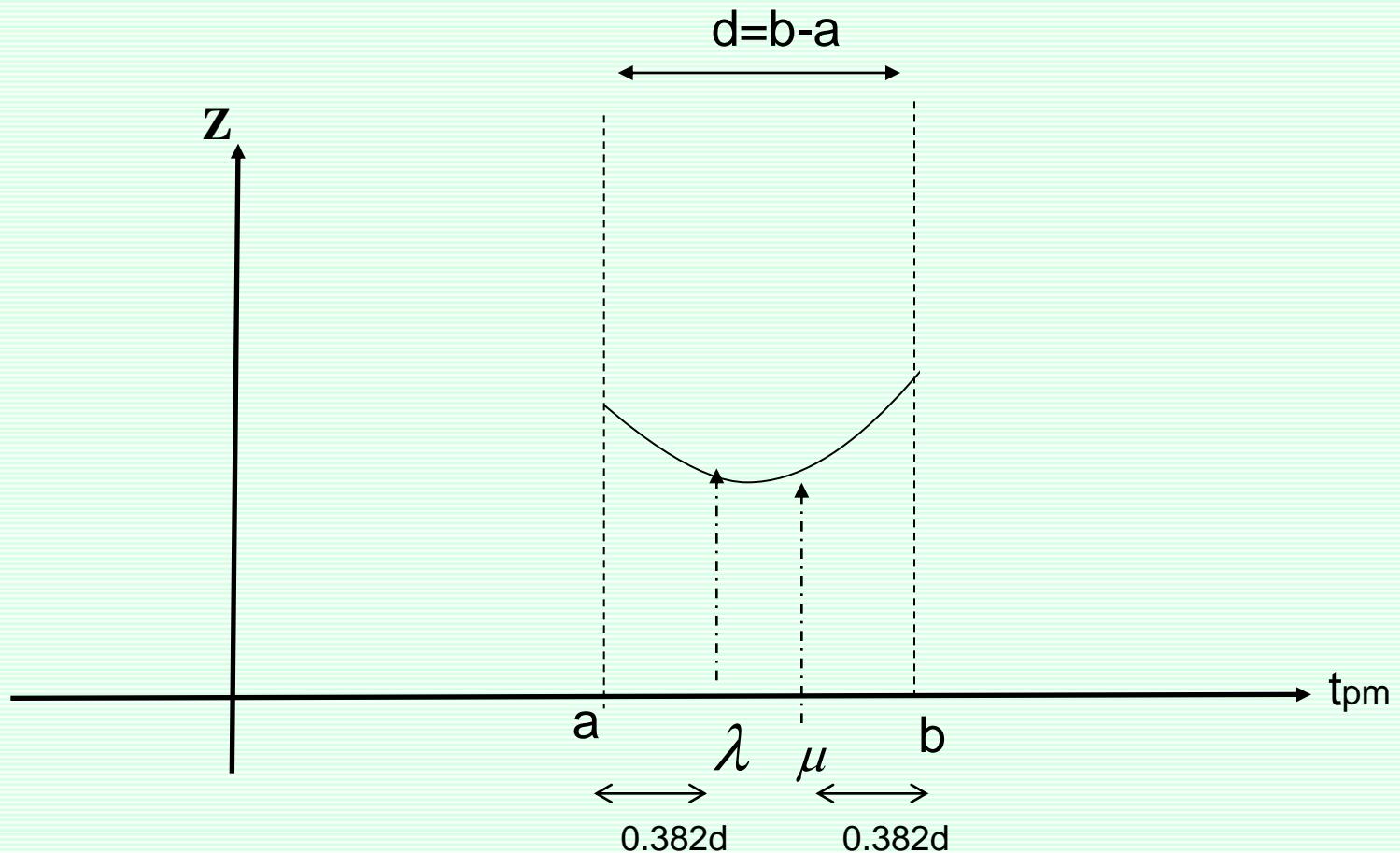
# مدلهای تعویض پیشگیرانه

۳. روش تکه طلایی GSM



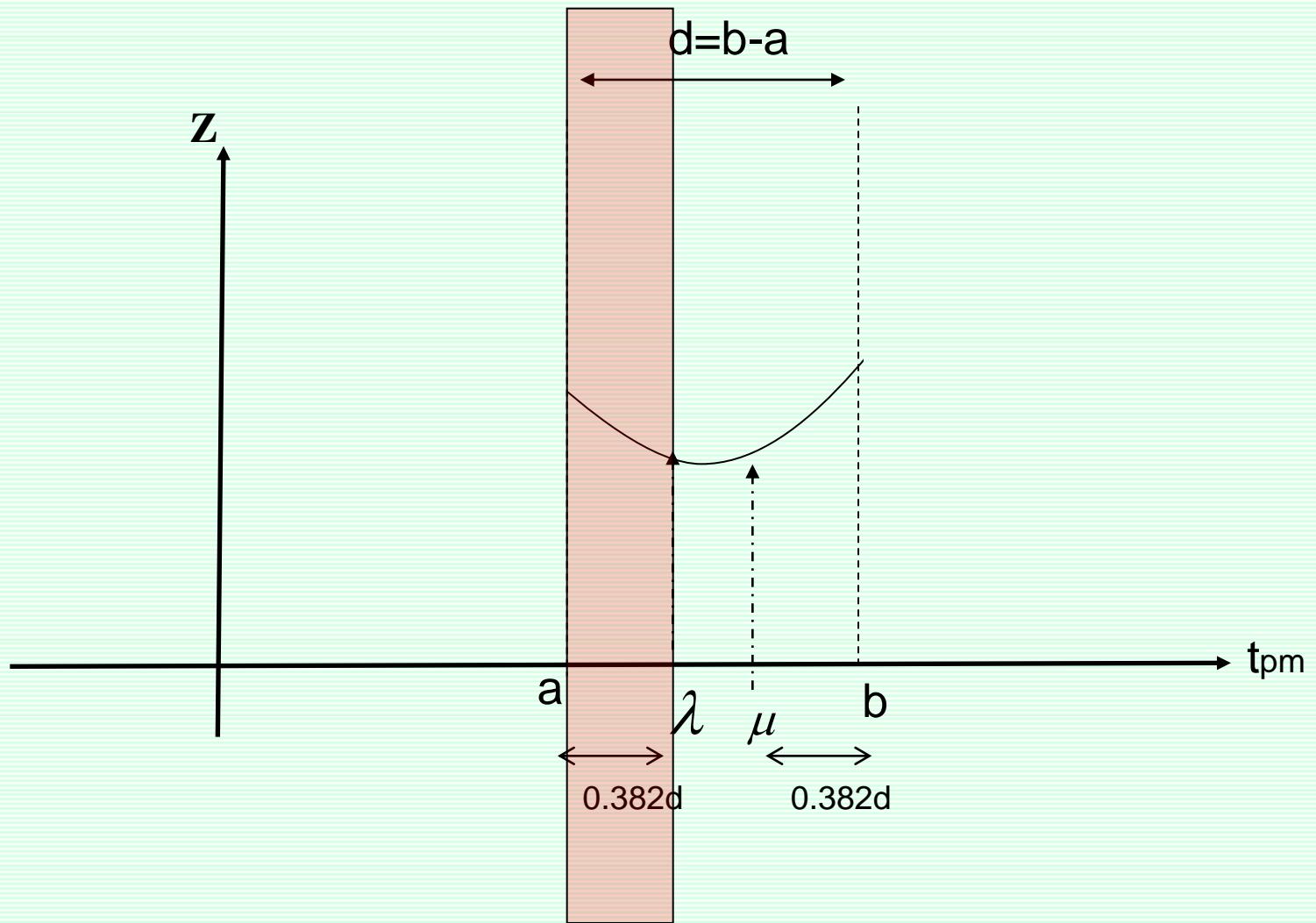
# مدلهای تعویض پیشگیرانه

## ۳. روش تکه طلایی GSM



# مدلهای تعویض پیشگیرانه

## ۳. روش تکه طلایی GSM



## مدلهای تعویض پیشگیرانه

$$f(t) = \frac{1}{10} \quad , \quad 0 \leq t \leq 10 \quad , \quad C_{PM} = 5 \quad , \quad C_{EM} = 50$$

$$r(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{10-t}{10}} = \frac{1}{10-t} \quad , \quad 0 \leq t \leq 10$$

$$R(t) = \int_t^{10} \frac{1}{10} dt = 1 - \frac{t}{10} = \frac{10-t}{10} \quad , \quad 0 \leq t \leq 10$$

$$\int_0^{t_{PM}} r(t) dt = \int_0^{t_{PM}} \frac{1}{10-t} dt = -\ln(10-t) \Big|_0^{t_{PM}} = -\ln(10-t_{PM}) + \ln 10 = \ln\left(\frac{10}{10-t_{PM}}\right)$$

$$Z(t_{PM}) = \frac{5 + 50 \ln\left(\frac{10}{10-t_{PM}}\right)}{t_{PM}}$$

# مدلهای تعویض پیشگیرانه

$$\lambda = \text{حداکثر خطأ (فرض)} \rightarrow \sigma = 2$$

## Step 1

$$a = 0, b = 10$$

$$0.382d = 0.382(10 - 0) = 3.82$$



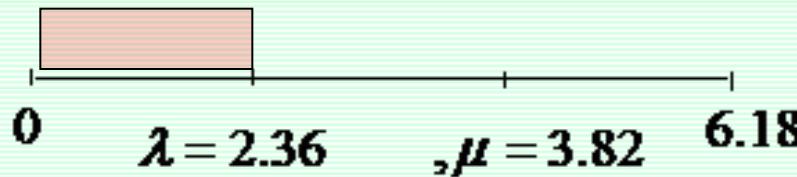
$$z(\lambda) = 7.608, z(\mu) = 8.59$$

# مدلهای تعویض پیشگیرانه

## Step 2

$$a = 0, b = 6.18$$

$$0.382d = 0.382(6.18 - 0) = 2.36$$



$$z(\lambda) = 7.82 \quad , z(\mu) = 7.608$$

# مدلهای تعویض پیشگیرانه

## Step 3

$$a = 2.36, b = 6.18$$

$$0.382d = 0.382(6.18 - 2.36) = 1.46$$



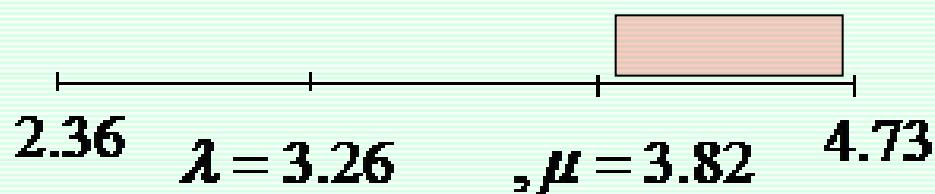
$$z(\lambda) = 7.68 \quad , z(\mu) = 7.82$$

# مدلهای تعویض پیشگیرانه

## Step 4

$$a = 2.36, b = 4.74$$

$$0.382d = 0.382(4.72 - 2.36) = 0.9$$



$$z(\lambda) = 7.58 \quad , z(\mu) = 7.608$$

## مدلهای تعویض پیشگیرانه

---

### Step 5

$$a = 2.36, b = 3.82$$

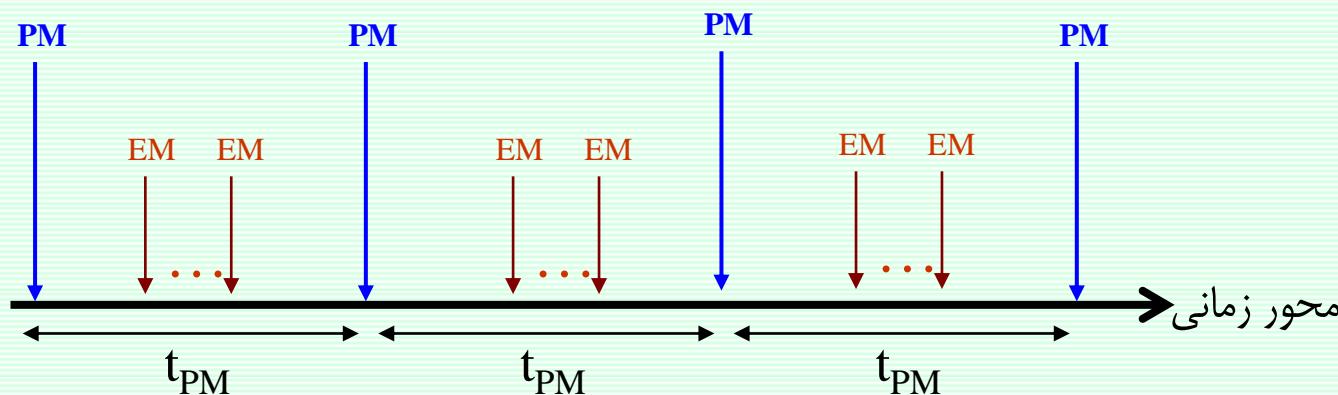
$$d = b - a = 3.82 - 2.36 < \sigma$$

$$t^* = \frac{b+a}{2} = 3.09$$

# مدلهای تعویض پیشگیرانه

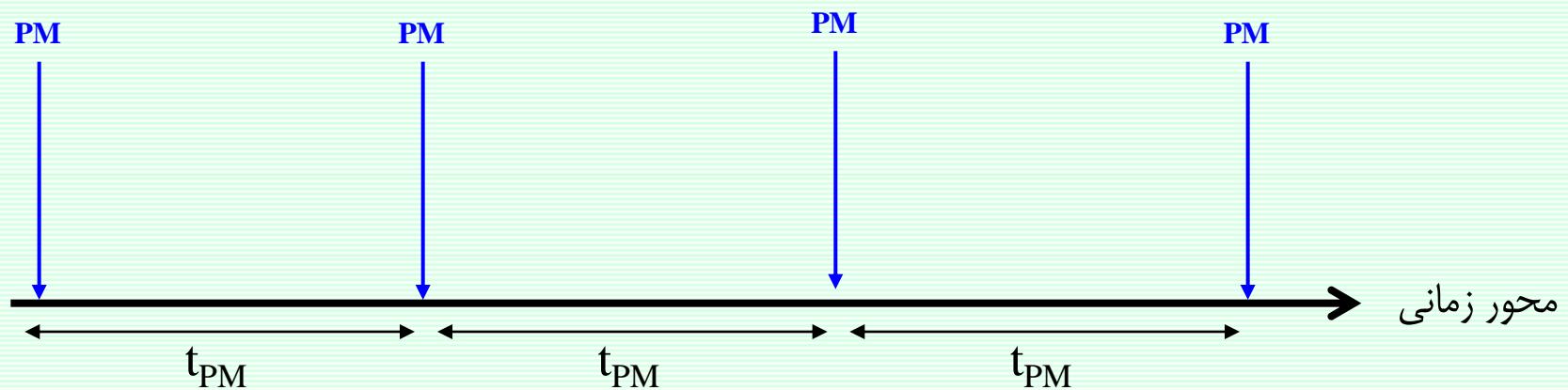
## مدل ۲ - سیاست مبتنی بر عمر

یکی از مشکلات سیاست فاصله زمانی ثابت این است که ممکن است قطعه‌ای با عمر کوتاه تعویض شود. این امر در شکل زیر که بیانگر سیاست فاصله زمانی ثابت است نشان داده می‌شود:



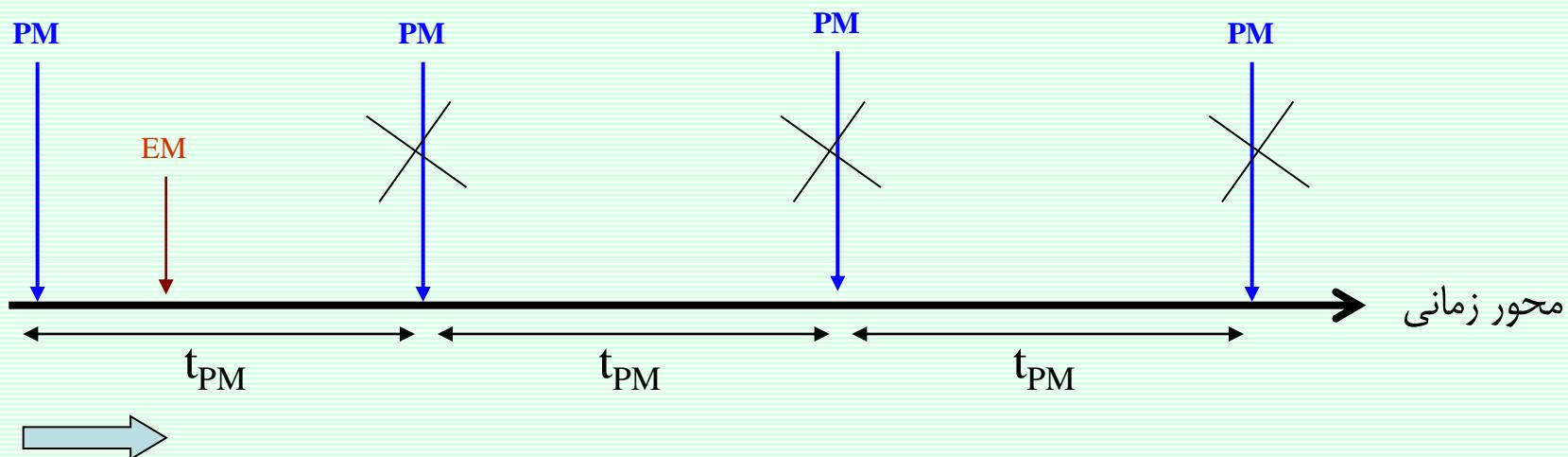
# مدلهای تعویض پیشگیرانه

## مدل ۲ - سیاست مبتنی بر عمر



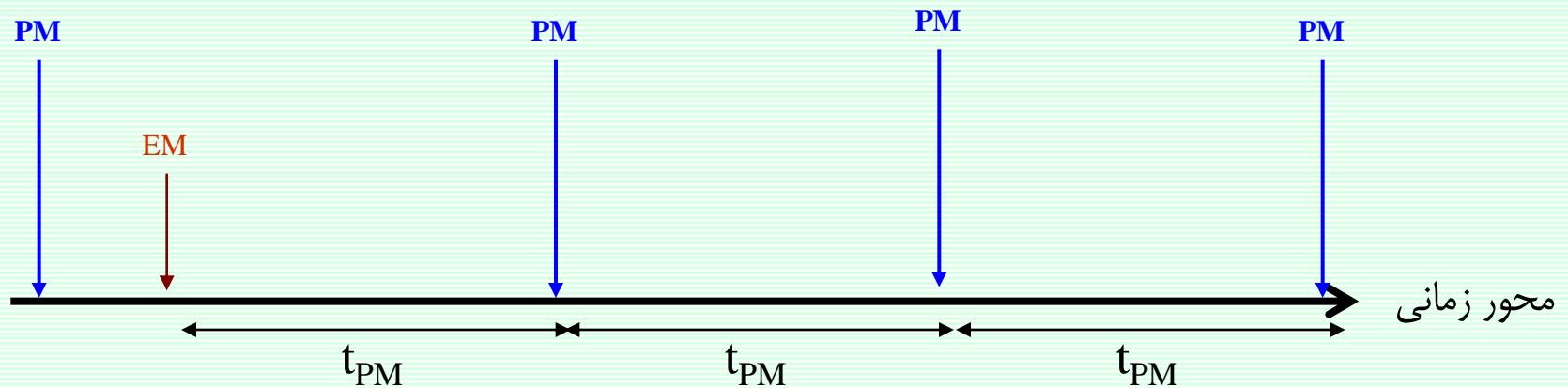
# مدلهای تعویض پیشگیرانه

## مدل ۲ - سیاست مبتنی بر عمر



# مدلهای تعویض پیشگیرانه

## مدل ۲ - سیاست مبتنی بر عمر



## مدلهای تعویض پیشگیرانه

### مدل ۲ - سیاست مبتنی بر عمر

نماذها:

$t_{PM}$ : عمر در هنگام تعویض پیشگیرانه

$C_{PM}$ : هزینه هر بار PM

$C_{EM}$ : هزینه هر بار EM

$f(t)$  : تابع چگالی عمر قطعه

هدف

به حداقل رساندن مجموع هزینه های نت  $\equiv$  به حداقل رساندن مجموع هزینه های نت در واحد زمان

## مدلهای تعویض پیشگیرانه

### مدل ۲ - سیاست مبتنی بر عمر

دو حالت ممکن:

۱. عمر قطعه به  $t_{PM}$  می رسد و  $PM$  صورت می گیرد.

۲. عمر قطعه به  $t_{EM}$  نمی رسد و  $EM$  صورت می گیرد.

## مدلهای تعویض پیشگیرانه

### مدل ۲ - سیاست مبتنی بر عمر

حالت های ممکن	احتمال رخدان	هزینه نت	متوسط عمر
حالت ۱	$R(t_{PM})$	$C_{PM}$	$t_{PM}$
حالت ۲	$1-R(t_{PM})$	$C_{EM}$	$E(t   t < t_{PM}) = \frac{\int_0^{t_{PM}} t f(t) dt}{1 - R(t_{PM})}$

## مدلهای تعویض پیشگیرانه

### مدل ۲ - سیاست مبتنی بر عمر

$$\text{Min } Z(t_{PM}) = \frac{\frac{\text{آمید ریاضی هزینه در}}{\text{یک دوره}}}{\frac{\text{آمید ریاضی هزینه}}{\text{طول دوره زمانی}}} = \frac{C_{PM}(R(t_{PM})) + C_{EM}(1 - R(t_{PM}))}{R(t_{PM})t_{PM} + \frac{\int_0^{t_{PM}} t f(t) dt}{1 - R(t_{PM})} (1 - R(t_{PM}))}$$

$$\text{Min } Z = \frac{C_{PM}(R(t_{PM})) + C_{EM}(1 - R(t_{PM}))}{t_{PM}(R(t_{PM})) + \int_0^{t_{PM}} t f(t) dt}$$

## مدلهای تعویض پیشگیرانه

### مدل ۲ - سیاست مبتنی بر عمر

مثال: قطعه ای دارای طول عمر با توزیع یکنواخت در فاصله صفر تا پنج می باشد. در صورتیکه هزینه هر بار نت پیشگیرانه برای این قطعه برابر ۴ واحد پولی و هزینه هر بار نت اضطراری برابر با ۱۰ واحد پولی باشد. فاصله زمانی بهینه نت پیشگیرانه را بر اساس مدل مبتنی بر عمر بدست آورید.

## مدلهای تعویض پیشگیرانه

### مدل ۲ - سیاست مبتنی بر عمر

$$f(t) = \frac{1}{5} \quad 0 \leq t \leq 5 \quad C_{PM} = 4 \quad C_{EM} = 10$$

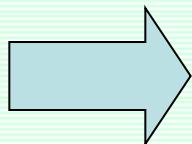
$$R(t) = \int_t^5 \frac{1}{5} dt = \frac{1}{5} t \Big|_t^5 = 1 - \frac{t}{5} = \frac{5-t}{5} \quad R(t_{PM}) = \frac{5-t_{PM}}{5}$$

$$\text{Min } Z(t_{PM}) = \frac{4\left(\frac{5-t_{PM}}{5}\right) + 10\left(1 - \frac{5-t_{PM}}{5}\right)}{t_{PM}\left(\frac{5-t_{PM}}{5}\right) + \int_0^{t_{PM}} \frac{t}{5} dt}$$

$$\text{Min } Z(t_{PM}) = \frac{4 + \frac{6t_{PM}}{5}}{t_{PM}^2 - \frac{t_{PM}^2}{5} + \frac{t_{PM}^2}{10}} = \frac{4 + 1.2t_{PM}}{t_{PM}^2 - \frac{t_{PM}^2}{10}}$$

خطا أكثر حدا =  $\omega$

Step	a	b	d	0.382d	$\lambda$	$\mu$	$Z(\lambda)$	$Z(\mu)$	$a_{new}$	$b_{new}$
1	0	5	5	1.91	1.91	3.09	4.07	3.60	1.91	5
2	1.91	5	3.09	1.18	3.09	3.82	3.60	3.63	1.91	3.82
3	1.91	3.82	1.91	0.73	2.64	3.09	3.68	3.60	2.63	3.82
4	2.63	3.82	1.19	0.45	3.09	3.36	3.609	3.600	3.09	3.82
5	3.09	3.82	0.72							



$$t^* = (3.09 + 3.82) / 2 = 3.45$$

## مدلهای تعویض پیشگیرانه

---

### مدل ۲ - سیاست مبتنی بر عمر

تمرین: قطعه ای دارای عمر با توزیع نمایی و میانگین عمر  $400$  روز است اگر  $C_{EM} = 100$  و  $C_{PM} = 40$  باشد هر در مدل فوق را محاسبه کنید